

## Programação Matemática Aplicada à Gestão de Performance de Unidades de Negócios\*

Raimundo Nonato Sousa Silva e Paulo Sérgio de Souza Coelho\*\*

### 1 INTRODUÇÃO

As companhias que adotaram o modelo de descentralização no processo de tomada de decisão delegando às divisões internas mais autoridade, invariavelmente tiveram que instituir um sistema formal de relacionamento entre as divisões. Tal sistema tem como objetivo buscar a total harmonia entre os interesses das divisões e os objetivos gerais da organização. Especificamente é composto de normas de conduta, mecanismos de arbitragem e preços de transferência. Com base nesse sistema, espera-se que sejam resolvidos conflitos relacionados ao processo de descentralização caracterizada por certo grau de independência da divisão em relação à companhia e a necessidade de otimização de resultados.

Ocorre, entretanto, que dado que uma divisão tem como meta alcançar o melhor resultado, inclusive porque é como base no resultado que será avaliada, o gestor procurará buscar de todos os meios para que a divisão que dirige possa alcançar os melhores resultados, ainda que isto possa representar eventuais perdas para outras divisões e por conseguinte para toda a companhia. Em tal fato residem as ambigüidades naturais da descentralização.

---

\* Artigo apresentado no XXIX Enanpad.

\*\* Raimundo Nonato Sousa Silva é professor doutor do Ibmecc – Rio de Janeiro-RJ, e-mail: nonato@ibmecrj.br. Paulo Sérgio de Souza Coelho é professor doutor do Ibmecc – Rio de Janeiro-RJ, e-mail: psergio@ibmecrj.br.

Por conta disso, problemas inerentes à falta de congruência de objetivos, dificuldades de determinação de preços de transferências, problemas relacionados com decisões de produzir ou comprar, entre outros, fazem parte da complexidade de gerenciar uma organização cuja administração é descentralizada e que tem por necessidade avaliar corretamente o desempenho das unidades de negócios uma vez que a partir delas derivará o resultado da própria organização como um todo.

Em face dessa complexidade, avaliar as ações de cada divisão sem levar em conta o contexto no qual ela está inserida tem se mostrado pouco eficiente, sobretudo em organizações divisionalizadas que operam com muita verticalização. Por exemplo, a decisão de terceirizar um processo ou parte dele, comprar do mercado externo e não internamente, ou mesmo, estabelecer um preço interno, causa efeito em diversas divisões envolvidas e em toda a empresa. Tentar isolar esse efeito impede a percepção adequada não apenas para a divisão em análise como para toda a organização. Em função disso, o uso de programação matemática possibilita que análises possam ser feitas de modo mais adequado uma vez que é possível incorporar um conjunto maior de variáveis quando necessário solucionar um problema. Isto posto, este artigo pretende examinar através da programação matemática problemas recorrentes em organizações divisionalizadas através do exame de estudos de caso.

## **2 AMBIENTE DE ORGANIZAÇÕES DIVISIONALIZADAS**

No atual ambiente econômico, caracterizado pela crescente competitividade, a maximização do resultado de grandes corporações depende da agilidade com que as decisões são tomadas, tanto no que se refere as questões administrativas quanto operacionais e financeiras. Com base nisso muitas empresas que operavam através de um modelo de decisão centralizado mudaram a maneira como estavam organizadas e o modo como negociavam em busca de mais agilidade na tomada de decisão, passando a delegar autoridade e a descentralizar seu processo de gestão visando alcançar mais eficiência organizacional (VANCIL, 1979).

Em organizações divisionalizadas a descentralização trás para cada divisão mais liberdade para tomar suas decisões, cabendo a alta administração acompanhar suas atividades a fim de impedir que uma decisão divisional prejudique os interesses da organização como um todo, uma vez que a atuação das divisões deve ter como objetivo maior a maximização do lucro da organização. Em função disso, mesmo em empresas descentralizadas torna-se necessário o estabelecimento de normas e procedimentos administrativos, através das quais as divisões se orientam quando tomam decisões operacionais e financeiras. Entre essas normas constam os procedimentos relativos às atividades de compra e venda entre as divisões. Nesse caso primeiro deve ser decidido se o produto deve continuar a ser produzido dentro da companhia (ou se deve ser produzido, se no momento estiver sendo produzido fora). Esta é uma decisão de fornecimento. Segundo é necessário determinar o preço de transferência.

Com relação ao fornecimento, decide-se entre as alternativas de se produzir ou comprar de fornecedores externos. Esta decisão vai depender de dois fatores fundamentais: 1) a existência de mercado competitivo ou fontes de fornecimento; e 2) grau de independência das divisões compradoras (DEARDEN, 1973). Vale salientar que os procedimentos relacionados com a busca por fornecedores externos nem sempre significam comprar totalmente um produto de fora. Em alguns casos pode significar a terceirização de parte do processo. Nesse caso deve-se ressaltar que de uma forma geral, muitas empresas respeitam a separação entre atividades essencial, central, fim ou principal daquelas não-essenciais, não-central, meio ou secundária. Mas isto depende da definição que cada empresa dá ao seu principal negócio (*core business*) e da disposição gerencial de transferir a terceiros as atividades ou negócios internamente realizados. De qualquer forma este tema ainda é meio nebuloso. A crença popular sobre o tema tende a pensar que se deve terceirizar tudo o que não estiver ligado à atividade-fim da empresa (LEITE, 1994). Nesse sentido pode-se crer que as corporações geralmente não têm uma compreensão clara sobre o assunto. “A visão convencional de terceirizar, separando as ativi-

dades em competências centrais” e “não-central”, pode levá-las a decisões equivocadas, haja vista que numa mesma empresa pode haver unidades de negócio similares com um conjunto de competências bastante diferentes, ou seja, uma mesma atividade pode ser “central” em uma determinada unidade e “não-central” em outra. Sabe-se que no nível de unidades de negócios os gestores enfrentam fortes pressões por redução de custos, o que pode levar a uma decisão errada sobre o que terceirizar (DOMINANDO OS MERCADOS GLOBAIS, 2001, p.100).

No que se refere ao preço, a decisão fica por conta de qual o preço que deveria ser fixado para o produto no caso de um fornecedor interno ser utilizado. Esse preço, denominado de preço de transferência, tem como objetivo básico orientar o procedimento de compra e venda entre divisões, normalmente conflituoso, principalmente entre aquelas com alto grau de independência. Sobre essa questão Zimmerman (1997, p.197), argumenta, que “enquanto os mercados orientam automaticamente o relacionamento e as decisões das divisões, as empresas procuram traçar procedimentos administrativos para obter o que os mercados conseguem automaticamente”. De fato, quando as divisões podem operar em mercados perfeitamente competitivos, o preço dito ideal acaba sendo determinado naturalmente. Todavia nem sempre é possível operar num mercado perfeitamente competitivo principalmente quando o objeto em negociação refere-se a produtos intermediários.

No tocante ao preço de transferência o problema é que, toda vez que duas divisões interagem, com uma divisão adquirindo a produção de outra, surgem problemas de preços de transferência. Para Cox, Howe e Boyd (1997), o preço de transferência é um problema complexo devido a diversos fatores envolvidos. Entre esses fatores eles citam, as medidas de desempenho da firma, os fornecedores e os compradores dos produtos das divisões, o modelo de determinação do preço de transferência, o custo unitário, o preço de mercado e a capacidade de fornecimento e compra da divisão. Todos esses fatores contribuem para que o preço de transferência continue sendo um dos mais difíceis problemas para serem resolvidos pelas empresas.

As principais razões que justificam o uso do mecanismo são: a) alocação de recursos; b) avaliação de desempenho; e c) concordância de objetivos. No entender de Kaplan e Atkinson (1995, p. 596) “o preço de transferência tem a função de guiar as decisões de produção e aquisição entre centros de lucros e, através da mensuração da lucratividade, avaliar esses centros como entidades separadas”. Para Benke e Edwards (1980) o preço de transferência é um elemento do sistema de controle gerencial de uma firma onde os objetivos principais são alcançar a congruência de metas entre a administração e os gerentes divisionais e avaliar desempenho. Para eles, um preço de transferência ideal deverá operar de tal modo que cada segmento busque maximizar seu lucro de modo haver uma distribuição de recursos que maximizarão os lucros da companhia como um todo. Porém, eles ressaltam que conflitos sempre vão existir porque o preço de transferência que melhor promove congruência de metas, pode não ser o melhor para avaliação de desempenho.

### 3 TEORIA MATEMÁTICA APLICADA À DECISÕES GERENCIAIS

A Teoria Matemática tem como função a construção de modelos matemáticos capazes de simular situações reais na empresa. Esses modelos são criados para resolver principalmente problemas de tomada de decisão. Entre as técnicas disponíveis, tem-se programação matemática e métodos probabilísticos. A primeira compreende programação linear e não linear, e a segunda engloba teoria da decisão, teoria das filas etc.

A utilização dos modelos matemáticos na administração ganha a cada dia mais adeptos uma vez que eles possibilitam antecipar possíveis resultados, dada uma situação proposta. Num mundo competitivo em que as decisões estão cada vez mais complexas, a antecipação de um problema iminente e a avaliação de possíveis soluções podem representar um grande diferencial em termos de administração de negócios. Para Donnelly, Gibson e Ivanovich (1981), que definem o modelo matemático como uma simplificada representação de relevantes aspectos de um sistema ou

processo real, é importante a utilização desses modelos em administração, pois “habilitará o tomador de decisão a experimentar possíveis soluções, sem interromper o andamento do sistema”.

Entretanto, embora de grande utilidade, a aplicação da teoria matemática na criação de modelos encarregados de resolver problemas gerenciais necessitava de uma ferramenta que agilizasse sua aplicação prática. Foi com o avanço verificado na informática que o uso de modelos como instrumento de auxílio no processo de tomada de decisão ganhou notoriedade. Hoje em dia, dificilmente a administração deixa de fazer uso dos modelos na busca de soluções de seus problemas cada vez mais complexos.

Para Horngren (1977, p. 350), a aplicação da Teoria Matemática através de seus modelos e a teoria da decisão trouxeram grande melhoria na qualidade no processo decisório. Segundo esse autor “A utilização de modelos matemáticos ajuda os Contadores na resolução de problemas complexos na organização, particularmente no âmbito da tomada de decisão”. Destaca ainda que a orientação básica da Teoria da Decisão tem as seguintes características: 1) um objetivo organizacional que possa ser quantificado. Este objetivo pode assumir várias formas. Na maioria das vezes, é expresso como uma maximização (ou minimização) de alguma forma de lucro (ou prejuízo). Esta quantificação é, muitas vezes, chamada de critério de escolha ou função-objetivo e é usada para avaliar os caminhos e como base de escolha da melhor alternativa; 2) um conjunto das diversas alternativas de ação que estejam sendo explicitamente consideradas. Este conjunto de ações deve ser coletivamente exaustivo e mutuamente exclusivo; 3) um conjunto de todos os eventos que importam (às vezes chamados de situações) que possam ocorrer. Este conjunto, também, deve ser coletivamente exaustivo e mutuamente exclusivo. Portanto, só ocorrerá de fato uma das situações; 4) um conjunto de probabilidades que descreva a probabilidade de ocorrência de cada evento; 5) um conjunto de resultados (muitas vezes chamados de rendimentos) que meçam as conseqüências das várias ações possíveis em termos da função-objetivo. Cada resultado depende de um caminho específico e de um evento específico.

Quando o gestor de uma organização toma uma decisão, deve fazê-lo observando todo um cenário onde a mesma se inclui; da definição do problema até às conseqüências da alternativa escolhida para implementação. Vale lembrar que embora seja de fundamental importância os aspectos qualitativos das alternativas, é sempre oportuno considerar que a quantificação do problema serve para reduzir o número de alternativas disponíveis, tendo em vista a objetividade que a mesma carrega. Nesse sentido, Koontz e O'donnell (1982) alertam que um grande desafio para o gestor corresponde ao tratamento a ser dispensado com as novas perspectivas de informações e a maneira de tratá-las, destacando que o gestor deve estar atento às informações de caráter econômico, pelo seu valor elucidativo.

Segundo Hillier e Lieberman (1988) uma maneira de resumir as fases usuais de um estudo de pesquisa operacional é a seguinte 1) Formulação do problema; 2) Construção de um modelo matemático para representar o sistema em estudo; 3) Cálculo de uma solução a partir do modelo; 4) Teste do modelo e da solução derivada dele; 5) Estabelecimento do controles sobre a solução; 6) Pôr a solução para funcionar: implementação.

Uma das técnicas mais utilizadas na abordagem de problemas em pesquisa operacional é a programação linear. A programação linear é uma técnica matemática que tem como objetivo encontrar a melhor solução para problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares. O âmbito de aplicação dessa técnica se restringe aos problemas cuja representação simbólica pode ser feita por uma linha reta em gráfico. Desse modo, a programação linear consiste na maximização ou minimização de uma função linear, denominada de função objetivo, respeitando-se um sistema linear de igualdades ou desigualdades, denominadas de restrições, as quais referem-se aquilo que impede um melhor desempenho de um sistema. Normalmente tais, restrições representam limitações de recursos. A solução ótima do problema corresponde àquela que maximiza ou minimiza a função objetivo, assim, a programação linear visa determinar essa solução ótima.

#### 4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste trabalho é dada ênfase à questão do preço ótimo a ser utilizado por diferentes divisões, com o intuito de maximizar o lucro da divisão e da organização a qual ela está inserida. Desse modo, utiliza-se os fundamentos da pesquisa operacional com uso da técnica de programação linear e não linear, tendo em vista que através dela serão reduzidas as incertezas envolvidas na decisão sobre o preço. Assim, este estudo foi construído através das seguintes etapas:

- a) Definição do problema;
- b) Construção do modelo;
- c) Aplicação e validação do modelo;
- d) Avaliação Final

A maximização do lucro de uma companhia descentralizada é definido como o principal problema da pesquisa, levando-se em consideração o conflito de interesses e a falta de congruência de objetivos entre as divisões e a organização, normalmente verificado durante o processo de comercialização dos produtos, pode implicar negativamente no resultado da corporação. Consoante com o problema, acredita-se que apenas a existência de um mecanismo formal de preços de transferência não garante, por si só, que um bom desempenho de uma divisão necessariamente implique em aumento nos resultados da companhia. Posto isso, acredita-se que a solução para este problema venha através da adoção de um adequado mecanismo de determinação de preços de transferência, que defina um valor que seja do interesse tanto da divisão quanto da companhia, bem como da determinação de volumes adequados de produção e vendas, externas e internas, pelas divisões.

Para resolver esse problema optou-se pela construção de um modelo com o objetivo de otimizar os resultados das divisões e da companhia, com base na determinação de volumes de produção e venda, como também dos preços de transferência, levando-se em conta as variáveis envolvidas no contexto sob o qual estão inseridas as divisões. Para tanto, foi definido o escopo e a identificação



de todas as características relevantes do sistema a ser modelado, no contexto do problema específico em estudo. Estas características envolvem, frequentemente, mais detalhes do que os problemas específicos. A proposta do modelo é ser o mais global possível, permitindo que uma gama maior de problemas possa ser resolvido. Quando o problema apresentar complexidade inferior ao modelo, é possível considerar algumas variáveis exógenas com valor nulo, e o modelo pode ser aplicado. Entretanto, o oposto não é possível, ou seja, quando o problema apresenta complexidade maior do que o modelo é necessário alterar o modelo, o que requer dispêndio maior de tempo.

Como próximo passo, o modelo será aplicado através de exemplos numéricos representativos da situação real para posterior validação dos resultados. De posse dos resultados apresentados pelo modelo proceder-se-ão as avaliações finais.

## 5 MODELAGEM PARA O PROBLEMA DE FORNECIMENTO E PREÇOS

A modelagem levou em consideração as características operacionais de uma companhia composta por divisões que atuam sob o conceito de centros de lucros operando entre si e com o mercado simultaneamente.

A formulação do modelo foi fundamentada na suposição pela qual uma divisão pode receber bens ou serviços, por questões simplificadoras aqui chamado de produtos, de outras unidades bem como externamente. Faz-se necessário enfatizar que cada divisão pode adquirir do mercado o produto em dois estados diferentes: insumo, que requer processamento, e produto já processado. De acordo com o modelo de produção *Make or Buy*, a primeira opção é a opção de *Make*, através da operação que chamamos de compra, e a segunda a de *Buy*, chamado de terceirização. Veja que a terceirização só está disponível a partir do mercado externo, pois não faz sentido a opção *Buy* dentro da própria organização.

Com base no exposto, surgiu a configuração mostrada na Figura 1, que mostra as opções de fluxo de produtos e insumos relativos a uma linha de produção *i*.

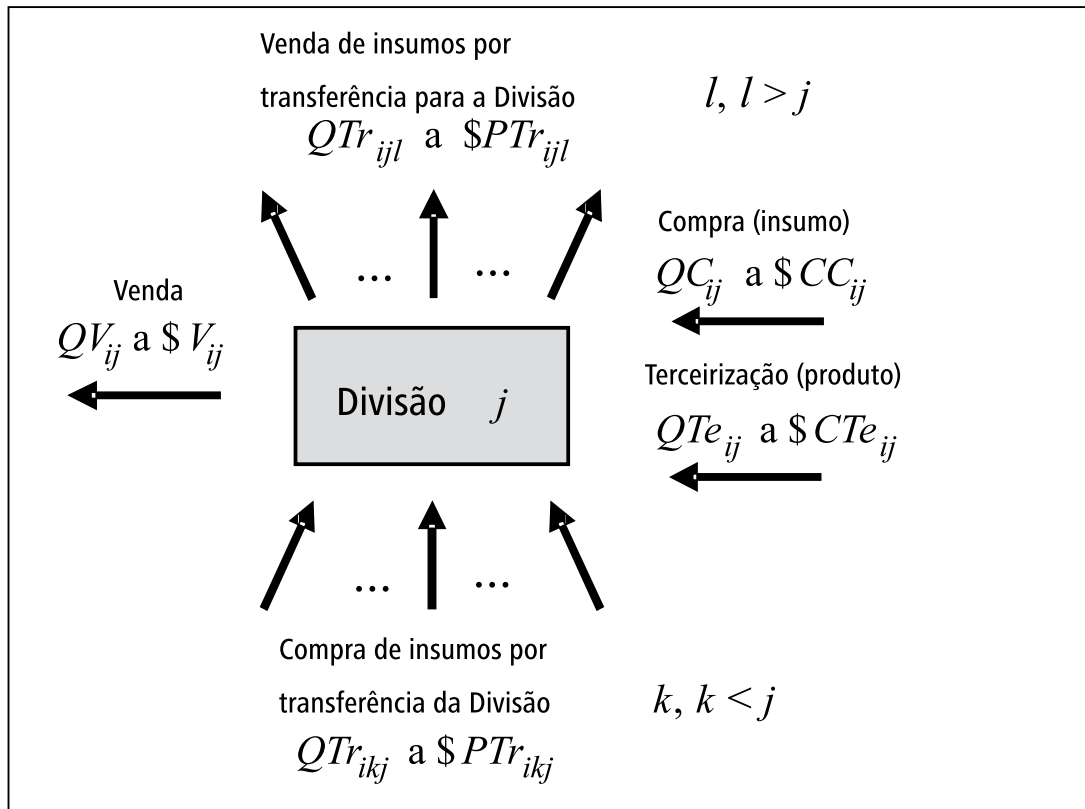


Figura 1 - fluxo de produtos e insumos  $i$  na Divisão  $j$

Fonte: elaboração própria.

A Divisão  $j$  tem como fonte de fornecimento as Divisões  $k$ , indicado como Quantidade Transferida (relativa ao produto  $i$ ) da Divisão  $k$  para a Divisão  $j$  –  $QTr_{ikj}$ , e a compra do mercado, indicada como Quantidade Comprada (relativa ao produto  $i$ ) pela Divisão  $j$  –  $QC_{ij}$ . Estas são fontes de insumo e totalizam o volume de produção da divisão. Além disso, esta divisão pode terceirizar parte de sua produção, indicada como Quantidade Terceirizada (relativa ao produto  $i$ ) pela Divisão  $j$  –  $QTe_{ij}$ . O volume produzido e a quantidade terceirizada totalizam o volume que pode ser transferido para as Divisões  $l$ , indicado por Quantidade Transferida (relativa ao produto  $i$ ) da Divisão  $j$  para a Divisão  $l$  –  $QTe_{ijl}$ , ou negociado com o mercado externo, que é a Quantidade Vendida (relativa ao produto  $i$ ) pela Divisão  $j$  –  $Qv_{ij}$ . Este fluxo de transferências de insumos ou produtos está visualmente descrito na Figura 1, onde podemos ver também os valores monetários associados a cada tipo de movimentação (preços e custos). Estes valores estão indicados depois dos cifrões.

As divisões operam com outros custos, a saber: despesas variáveis, em função da venda ou transferência, custos fixos das divisões e outros custos variáveis. Além disso, as operações das divisões estão limitadas pela sua capacidade instalada, que são os recursos internos, que representamos genericamente como tempo. O tempo incide sobre a produção e, possivelmente, sobre a terceirização, pois esta pode requerer algum tempo de reprocessamento para que o produto terceirizado tenha características iguais ao produto produzido. Além disso, as transações de compra e venda estão limitadas pela oferta e demanda do mercado, respectivamente.

As divisões têm o poder de escolha sobre origem dos insumos e destino da produção. Por exemplo, na hipótese de uma divisão negociar toda sua produção com o mercado, a divisão prejudicada (que receberia sua produção) pode buscar junto ao mercado externo os insumos para sua fabricação. Por outro lado, em função de uma determinação da companhia para que haja transferência de produção entre as divisões, as aquisições e vendas para o mercado externo podem não ocorrer.

Ressalta-se que a formulação do modelo não tem qualquer limitação quanto ao número de divisões ou produtos. Podem haver inúmeras divisões produzindo um número  $I$  de produtos que podem ser totalmente produzidos numa única divisão e ser negociado prontamente ou fazer parte de uma cadeia produtiva em que a divisão final ( $J$ ) estaria encarregada de finalizá-lo e vendê-lo ao mercado. A seguir, será apresentado o modelo proposto de otimização de lucratividade.

## 6 O MODELO PARA GESTÃO DE RESULTADOS EM UNIDADE DE NEGÓCIOS

O modelo que será apresentado a seguir é um Modelo de Programação Não-Linear, e é composto de uma função objetivo e de um conjunto de restrições. À primeira, cabe medir o desempenho do sistema, no caso a capacidade da organização gerar lucro. As restrições, por sua vez, garantem que a solução do problema esteja de acordo com as limitações impostas pelo sistema, no nosso caso mercado e recursos de produção.

Tanto a função objetivo quanto o conjunto de restrições fazem referência às variáveis do problema. No caso do problema examinado, as variáveis são as quantidades transferidas de cada produto – tanto internamente quanto do e para o mercado, e o preço de transferência interno.

Desse modo, no presente modelo busca-se maximizar o lucro, assim, a função objetivo em sua versão primária é definida com base na receita total e nos custos dos componentes comprados de fora ou terceirização de processo de produção.

### 6.1 Notação do Modelo

Para fins didáticos, consideramos alguns índices que foram utilizados na descrição do modelo:

- $i$ : representa o produto sendo fabricado ou negociado;
- $j, k, l$ : representa a divisão;
- $J$ : representa a quantidade de divisões na cadeia de produção. Representa também a última divisão, que não usa preços de transferência pois negocia apenas para o mercado externo;
- $I$ : representa a quantidade de produtos que são manipulados pela organização.

### 6.2 Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão são os parâmetros do modelo que podem ser controlados livremente pelo tomador de decisão e representam o centro do problema. A busca da solução ótima para um Modelo de Programação Linear equivale à busca pelo conjunto de valores para as variáveis de decisão que atingem o melhor valor possível para a função objetivo.

As variáveis de decisão deste modelo referem-se principalmente ao fluxo de produtos e insumos em cada divisão, que é feito de quatro maneiras diferentes: 1) comprando do mercado insumos a serem processados, 2) comprando do mercado produtos já processados (terceirização), 3) vendendo ao mercado e 4) realizando transferências internas. Além disso, um quinto importante grupo de variáveis de decisão refere-se à decisão dos preços de transferências internas.

- $QTr_{ikj}$ : Quantidade do Produto  $i$  Transferida da Divisão  $j$  para a Divisão  $l$ ;
- $QTe_{ij}$ : Quantidade do Produto  $i$  Terceirizada pela Divisão  $j$  (compra no mercado);
- $QC_{ij}$ : Quantidade do insumo para o Produto  $i$  comprada pela Divisão  $j$  (mercado);
- $Qv_{ij}$ : Quantidade do Produto  $i$  vendido pela Divisão  $j$  (mercado);
- $PTr_{ij}$ : Preço de Transferência de uma unidade do Produto  $i$  da Divisão  $j$  para a Divisão  $l$ .

### 6.3 Variáveis Auxiliares

As variáveis auxiliares que são apresentadas aqui são necessárias apenas para simplificar a formulação do modelo. A sua existência não é imprescindível, e seu valor é obtido em função dos valores obtidos para as variáveis de decisão.

$QP_{ij}$ : Quantidade do Produto  $i$  que será laborado pela Divisão  $j$ . Esta variável será fundamental para o cálculo dos custos de produção. Seu valor é definido através da equação:  $QP_{ij} = QC_{ij} + \sum QTr_{ikj}$ . O somatório em questão envolve todas as divisões  $k$  que enviam produtos para a divisão  $j$ .

### 6.4 Variáveis Exógenas

As variáveis exógenas ao problema são todos os parâmetros importantes para o modelo mas que não podem ser controlados pelo tomador de decisão.

- $V_{ij}$ : Preço de Venda do Produto  $i$  no estado de produção final da Divisão  $j$ ;
- $CC_{ij}$ : Custo do Insumo do Produto  $i$  no estado de produção inicial da Divisão  $j$ ;
- $CV_{ij}$ : Outros custos variáveis relativos à produção do Produto  $i$  na Divisão  $j$ ;
- $DVv_{ij}$ : Despesas variáveis relativas às Vendas do Produto  $i$  pela Divisão  $j$ ;
- $DVt_{ij}$ : Despesas variáveis relativas às Transferências do Produto  $i$  da Divisão  $j$  para a Divisão  $l$ ;

- $CF_j$ : Custo Fixo da Divisão  $j$ ;
- $CTe_{ij}$ : Custo do Produto (terceirizado) no estado de produção final da Divisão  $j$ ;
- $D_{ij}$ : Demanda do Produto  $i$  no estado de produção final da Divisão  $j$ ;
- $O_{ij}$ : Oferta do Produto  $i$  no estado de produção inicial da Divisão  $j$ ;
- $T_j$ : Tempo disponível para produção da Divisão  $j$ .

### 6.5 Função Objetivo

O objetivo do modelo é maximizar o lucro da companhia total, considerando globalmente todas as Divisões. Observe que todas as despesas de uma determinada divisão relativas a transferências internas equivalem a receitas de transferência interna em outra divisão. Como estas receitas e despesas se anulam, sua presença na função objetivo é desnecessária.

A função objetivo apresenta 7 termos, que equivalem a: (receitas com venda externa) – (custos com compra de insumos) – (outros custos variáveis) – (custos com terceirização) – (despesas variáveis com vendas) – (despesas variáveis com transferências) – (custos fixos da divisão). Os cinco primeiros termos devem ser aplicados a cada produto circulando em cada divisão. O penúltimo termo deve ser aplicado a cada transferência, de cada produto com origem em cada divisão para cada outra na cadeia de produção. O último termo, aplica-se apenas a cada divisão. A expressão em termos simbólicos está descrita a seguir, e sua formulação apresenta somatórios separados para facilitar a sua leitura e interpretação:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left( QV_{ij} \times V_{ij} - QC_{ij} \times CC_{ij} - QP_{ij} \times CV_{ij} - QTe_{ij} \times CTe_{ij} - QV_{ij} \times DVe_{ij} \right) \\ & - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_l \left( QTr_{ijl} \times DVt_{ijl} \right) \\ & - \sum_{j=1}^J CF_j \end{aligned}$$

## 6.6 Função Objetivo

1. Quantidade comprada de insumos para o Produto  $i$  na Divisão  $j$  + Quantidade Terceirizada do produto  $i$  nas Divisões  $l \leq$  Oferta do Mercado:

$$QC_{ij} + \sum_l QTe_{il} \leq O_{ij}, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$$

Esta restrição lida com um conjunto de divisões chamadas de  $l$  que não está definida pelo modelo. Este conjunto de divisões é definido pelo problema que estiver sendo modelado, e é um conjunto específico para cada Divisão  $j$ . Este conjunto é formado por todas as divisões que podem receber o produto  $i$  diretamente da Divisão  $j$ .

2. Quantidade de Produtos  $i$  vendida pela Divisão  $j \leq$  Demanda do Mercado:

$$QV_{ij} \leq D_{ij}, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$$

3. Quantidade de Produtos  $i$  Fornecidos pela Divisão  $j \leq$  Quantidade de Produtos  $i$  Recebidos pela Divisão  $j$ :

$$QV_{ij} + \sum_l QTr_{ijl} \leq QC_{ij} + QTe_{ij} + \sum_k QTr_{ikj}, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$$

Observe que os produtos fornecidos pela divisão incluem os produtos vendidos para o mercado externo e os que foram transferidos para divisões que estão à frente na cadeia produtiva, e que os produtos recebidos pela divisão incluem os produtos que foram comprados na forma de insumo, os que foram comprados acabados e os que foram recebidos por transferência de divisões que estão atrás na cadeia produtiva.

4. Preço de Transferência  $\leq$  Preço de mercado – Despesas Variáveis de Venda

$$QV_{ij} + \sum_l QTr_{ijl} \leq QC_{ij} + QTe_{ij} + \sum_k QTr_{ikj}, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$$

O Produto  $i$  no estado de produção final da Divisão  $j$  está disponível no modelo em três diferentes situações: o produto acabado na Divisão  $j$  ou o produto que esta divisão pode

terceirizar ou ainda o insumo em alguma Divisão  $l$  que opere com o Produto  $i$  no estado final da Divisão  $j$ . É necessário limitar o preço de transferência pelo menor preço de mercado, que é a melhor opção para a companhia.

5. Preço de Transferência  $\leq$  Custos Variáveis + Despesas Variáveis de Transferência

$$PTr_{ijl} \geq \max (CTe_{ij}, CC_{ij} + CV_{ij}, CTr_{ikj} + CV_{ij}) + DVt_{ijl}, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$$

6. Tempo total gasto na Divisão  $j \leq$  Tempo total gasto na Divisão  $j$

$$\sum_i QP_{ij} \leq T_j, j = 1, \dots, J$$

7. Condições de Não Negatividade

$$QTr_{ijl}, QTe_{ij}, QC_{ij}, QV_{ij}, PTr_{ij}, QP_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; l = 1, \dots, J$$

Veja que estas restrições envolvem não só as variáveis de decisão como também as variáveis auxiliares. Estas restrições são óbvias do ponto de vista conceitual pois não fazem sentido quantidades ou custos negativos. Entretanto, estas restrições se fazem necessárias a nível simbólico, para garantir que a solução obtida pelo modelo seja viável no ambiente de negócios que estamos modelando.

## 6.7 Avaliação do Modelo

Este modelo de programação matemática apresenta forte estabilidade. Se não fossem as restrições que usam funções de avaliação (máximo e mínimo), o modelo seria linear. Entretanto, a região viável do problema é completamente definida em função dos parâmetros de entrada, não apresentando características dinâmicas nem probabilísticas. Mais ainda, a região viável é limitada. Portanto, se as variáveis exógenas definirem a viabilidade do problema (região viável não vazia), têm-se um modelo que apresenta convergência.



## 7 APLICAÇÃO DO MODELO ATRAVÉS DE EXEMPLOS NUMÉRICOS

A fim de ilustrar as potencialidades do modelo obtido, foram considerados dois exemplos numéricos, que estão descritos a seguir. Os exemplos são dois estudos de caso com dados hipotéticos que têm como finalidade a discussão acadêmica para ilustração de conceitos e, como neste trabalho, demonstração de metodologias de abordagem.

### 7.1 Caso da Pena de Ouro

Considere a Companhia Pena de Ouro, fabricante de canetas, com dois produtos diferentes no mercado, a caneta esferográfica (indicada no modelo como Produto 1) e a caneta do tipo ponta porosa (Produto 2). A companhia tinha uma divisão para cada produto, e criou uma terceira divisão para operar eventualmente com os dois produtos em nível de exportação. Na Figura 2 pode-se ver outros detalhes relativos ao problema, usando a notação descrita anteriormente. A Divisão 1 opera exclusivamente com a caneta esferográfica, a Divisão 2 com a caneta do tipo ponta porosa e a Divisão 3 é a responsável pela exportação.

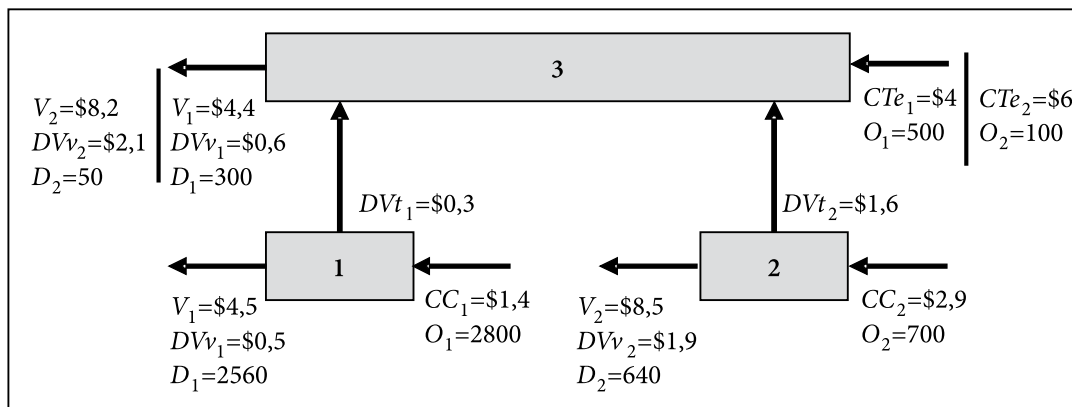


Figura 2 - Modelo de Divisões para o problema da empresa Pena de Ouro

Fonte: elaboração própria.

Dados da Caneta Esferográfica	Divisão 1	Divisão 2	Divisão 3
Volume Produzido (un.)	2800	-	-
Volume Fornecido Externamente (un.)	0	-	60
Volume Vendido Externamente (un.)	2560	-	300
Volume Transferido Internamente (un.)	240	-	0
Preço de Transferência	R\$ 1,75	-	-

Quadro 1 - Movimentação física do Produto 1 por divisão

Fonte: elaboração própria.

<b>Dados da Caneta tipo Ponta Porosa</b>	<b>Divisão 1</b>	<b>Divisão 2</b>	<b>Divisão 3</b>
Volume Produzido (un.)	-	690	-
Volume Fornecido Externamente (un.)	-	0	0
Volume Vendido Externamente (un.)	-	640	50
Volume Transferido Internamente (un.)	-	50	0
Preço de Transferência	-	R\$ 1,60	-

Quadro 2 - Movimentação física do Produto 2 por divisão

Fonte: elaboração própria.

<b>Demonstração de Resultados</b>	<b>Divisão 1</b>	<b>Divisão 2</b>	<b>Divisão 3</b>
Receitas com vendas e Transferências	R\$ 11.940,00	-	R\$ 1.320,00
Externas	R\$ 11.520,00	-	R\$ 1.320,00
Internas	R\$ 420,00	-	-
Custos operacionais e transferências	R\$ 3.920,00	-	R\$ 642,00
Despesas	R\$ 1.352,00	-	R\$ 180,00
Resultado	R\$ 6.668,00	-	R\$ 498,00

Quadro 3 - Demonstração de Resultados das divisões com o Produto 1

Fonte: elaboração própria.

<b>Demonstração de Resultados</b>	<b>Divisão 1</b>	<b>Divisão 2</b>	<b>Divisão 3</b>
Receitas com vendas e Transferências	-	R\$ 4.880,00	R\$ 410,00
Externas	-	R\$ 4.800,00	R\$ 410,00
Internas	-	R\$ 80,00	-
Custos operacionais e transferências	-	R\$ 2.001,00	R\$ 80,00
Despesas	-	R\$ 1.296,00	R\$ 105,00
Resultado	-	R\$ 1.583,00	R\$ 225,00

Quadro 4 - Demonstração de Resultados das divisões com o Produto 2

Fonte: elaboração própria.

Na primeira aplicação do modelo observa-se que as condições de produção e fornecimento da Divisão 1 foram plenamente atendidas. Isto é, toda a capacidade produtiva dessa divisão foi ocupada nas seguintes bases: das 2.800 unidades possíveis de serem produzidas 2.560 foram fabricadas e vendidas para o mercado externo ao preço de \$4,50, e 240 unidades foram transferidas ao preço de transferência de \$1,75 para a Divisão 3 encar-

regada de exportar. Como os custos e despesas variáveis somam \$1,70, a Divisão 1 conseguiu obter uma margem de contribuição de \$0,05 por unidade transferida internamente. Por outro lado, como a Divisão 3 precisava atender sua demanda de 300 unidades do produto 1 (canetas esferográfica) esta teve que se valer do mercado externo numa quantidade de 60 unidades ao preço de \$4,00. Como a Divisão 3, negocia seus produtos ao preço de \$4,40 acabou obtendo lucro de \$0,40 por cada caneta vendida no mercado internacional. Assim, conclui-se que sob o ponto de vista da Companhia Pena de Ouro, é melhor que a Divisão 3 compre da Divisão 1, apesar de não ser esta a opção mais lucrativa para a Divisão 3, pois este procedimento maximiza o lucro da companhia como um todo. Desse modo, o mercado externo só é acionado pela Divisão 3 quando da impossibilidade de fornecimento pela Divisão 1.

No que tange ao produto 2 (canetas ponta porosa), verificou-se que da capacidade total da Divisão 2 de 700 unidades, apenas 690 foram produzidas, das quais 640 unidades foram negociadas com mercado externo ao preço de \$8,50 e o restante, 50 unidades, foram transferidas para a Divisão 3 a fim de serem negociadas com o mercado internacional. Nesse caso, essa divisão operou abaixo de sua capacidade produtiva. É importante ressaltar que a Divisão 2 ficou parcialmente ociosa em função de não ter tido demanda para a totalidade de sua produção.

Em face do exposto, finalmente pode-se concluir que segundo esta primeira aplicação as divisões propiciaram à companhia um lucro operacional de \$8.974,00 com o melhor desempenho possível das divisões.

## 7.2 Caso da Birch Paper Company

Este caso foi desenvolvido pela Harvard Business School e está disponível sob o número 158-001, podendo ser obtido sob licença diretamente no site Harvard (2005). O caso tornou-se célebre dentre os casos de transferências entre divisões e pode ser visto em vários textos disponíveis na literatura, como em Anthony e Govindarajan (1998).

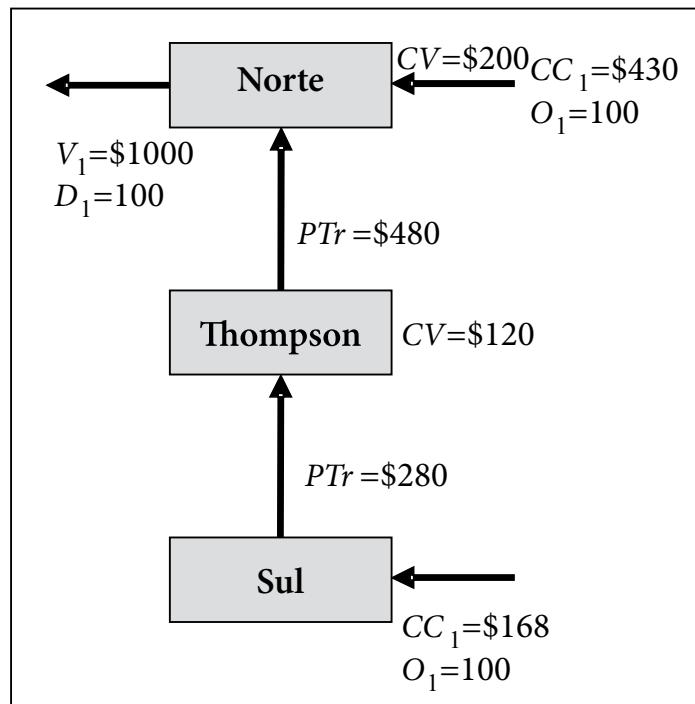


Figura 3 - Cadeia de produção 1 da Birch Company, original  
 Fonte: elaboração própria.

Em linhas gerais, a companhia tem sua cadeia de produção seqüencial em três divisões. A única divisão que pode vender para o mercado é a última, chamada de Norte. A divisão intermediária, Thompson, não opera com o mercado, apenas recebe da divisão Sul, processa e envia para a Divisão Norte. A figura 3 mostra este fluxo, com algumas das variáveis do problema (as ofertas e demandas, bem como a possibilidade da Divisão Norte comprar do mercado estão melhor descritas na seqüência desta seção).

O dilema do caso é quando a Divisão Norte recebe ofertas do mercado com preços bem abaixo da Divisão Thompson. Uma destas ofertas é feita pela Companhia Eire que se compromete inclusive a comprar os insumos a partir da própria Birch Company.

Algumas considerações precisaram ser realizadas para que este problema pudesse ser analisado com o modelo genérico que foi aqui proposto. Inicialmente a Companhia Eire foi considerada como se fosse uma divisão interna da Birch Company. Isto

foi necessário para que pudesse ser inserido o fluxo de produtos que a Eire compraria da Divisão Thompson e venderia para a Divisão Norte. Este fluxo, passando por quatro divisões – as três divisões da Birch Company mais a companhia Eire, foi considerado separadamente do primeiro fluxo, que só passava pelas três divisões originais. Com isso, foi considerado que o problema tratava de dois produtos diferentes. Finalmente, foram criadas oferta e demanda virtuais, que não estavam descritas no caso. A única demanda está associada à Divisão Norte, e foi estabelecida em quantidade igual a 100 unidades. As ofertas de mercado para esta divisão bem como para a divisão Sul ficaram fixadas em 100 unidades também. A quantidade 100 foi escolhida para que pudesse ser feito um mapeamento percentual da distribuição dos produtos. Convém observar que a oferta total é maior do que a demanda total, e que a demanda para os dois produtos é a mesma. Portanto, o modelo tem uma demanda de 100 unidades para uma oferta total de 400 unidades, representando as duas opções de produto e as duas origens de cada uma delas: transferência desde a divisão Sul e Aquisição do mercado pela Divisão Norte.

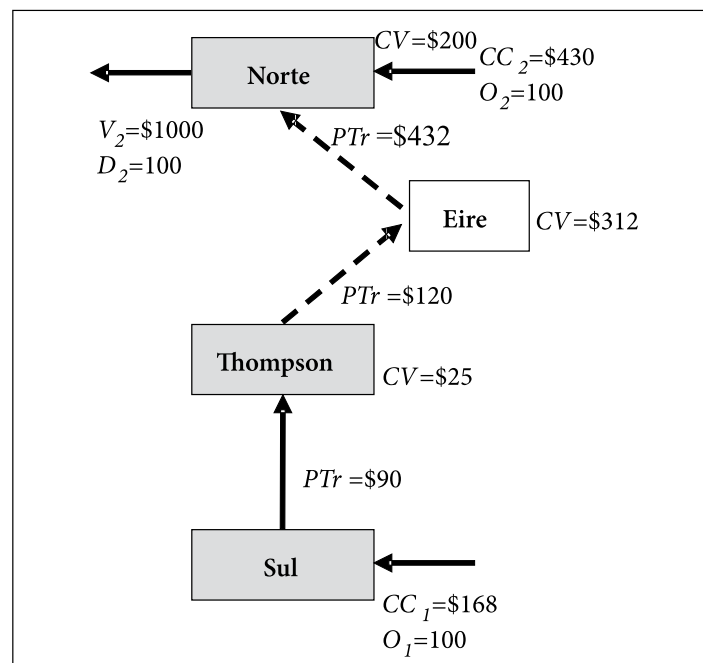


Figura 4 - Cadeia de produção 2 da Birch Company, incluindo a opção da Eire  
Fonte: elaboração própria.

<b>Movimentação</b>	<b>Divisão Sul</b>	<b>Div. Thompson</b>	<b>Div. Norte</b>
Volume Produzido (un.)	100	100	100
Volume Vendido Externamente (un.)	0	0	100
Volume Transferido Internamente (un.)	100	100	0
Preço de Transferência	R\$ 280,00	R\$ 480,00	-

Quadro 5 - Movimentação física do Produto por divisão

Fonte: elaboração própria.

<b>Demonstração de Resultados</b>	<b>Divisão Sul</b>	<b>Div. Thompson</b>	<b>Div. Norte</b>
Receitas com vendas e Transferências	R\$ 28.000,00	R\$ 48.000,00	R\$ 100.000,00
Externas	-	-	R\$ 100.000,00
Internas	R\$ 28.000,00	R\$ 48.000,00	-
Custos operacionais e transferências	R\$ 16.800,00	R\$ 40.000,00	R\$ 68.000,00
Resultado	R\$ 11.200,00	R\$ 8.000,00	R\$ 32.000,00

Quadro 6 - Demonstração de Resultados das divisões

Fonte: elaboração própria.

Nesta segunda aplicação do modelo observou-se o que já era conhecido a partir das análises do caso. A melhor opção para produção da Companhia não inclui a aquisição de unidades a partir do mercado externo, nem mesmo com o compromisso assumido pela Eire de adquirir insumos em outras divisões da Birch.

O problema fundamental da proposta da Eire está no valor de aquisição de insumos da Divisão Sul por \$90,00, que é bem abaixo dos custos variáveis de produção desta Divisão, que são \$280,00. Esta perda, na ordem de \$190,00, não é compensada pela diferença nos ganhos que a Divisão Norte viria a ter adquirindo da Eire ao invés de adquirir através da transferência interna, um total de \$48,00.

De acordo com os resultados obtidos, 100% da demanda que a Divisão Norte tiver será atendida através de transferências internas, desde a Divisão Sul. O resultado para a Companhia como um todo é de \$51.200,00, sendo a Divisão Norte a mais lucrativa.

## 8 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos da aplicação do modelo nos dois exemplos refletem as condições estruturais de cada um, o que significa que os resultados apresentados de um exemplo diferem do outro

basicamente em função dos parâmetros de entrada e das variáveis de decisão impostas pelo modelo.

O exemplo 1 tem como característica a produção em cadeia simples, isto é, as divisões produzem para uma divisão que se apresenta numa posição posterior da cadeia, embora exista a possibilidade de vender ou comprar a partir do mercado externo. Esta possibilidade seria utilizada em função da falta de capacidade de produção ou se apresentasse lucratividade melhor.

Já no exemplo 2 foi considerada uma situação um pouco mais complexa, onde foram consideradas duas linhas de produção para modelar a existência de uma companhia externa que se comporta como uma divisão interna. Desse modo, foi possível estudar os dois fluxos de produção de maneira independente, e verificar qual fluxo apresenta melhor lucratividade.

A aplicação do modelo, nos dois exemplos citados, mostrou sua importância tanto no tocante ao impacto da decisão de terceirizar no resultado da companhia, como no que diz respeito à influência do valor do preço de transferência usado pela divisão no processo de avaliação de seu desempenho.

Com relação a terceirização, que pode permitir um aumento do volume de produção, os custos adicionais dela decorridos nem sempre compensam a possibilidade de vender um volume maior de produtos, uma vez que esses custos acabam sendo repassados para outras divisões afetando resultados e por conseguinte a avaliação de seus desempenhos.

Sobre o preço de transferência conclui-se que embora não influa diretamente no resultado da companhia pode afetar significativamente o resultado das divisões que interagem com outras. Na aplicação do modelo, ficou evidente que a decisão de uma divisão, como terceirizar sua produção ou parte dela, por exemplo, pode impactar negativamente no resultado de outra divisão, uma vez que seus custos são imputados à outra compulsoriamente afetando o seu desempenho. Assim, numa organização que opere com várias divisões, a última na cadeia produtiva terá que ter um preço significativamente alto para cobrir todos os custos das divisões anteriores.

Finalmente o modelo indica, independentemente do sistema de preços de transferência que esteja sendo usado pela empresa, o valor de referência de preço ideal em termos de lucratividade da companhia. Todavia, mostra também que, se uma divisão na cadeia produtiva, absorver todos os custos de outras divisões, bem como a margem de lucros delas, pode não conseguir repassá-los se o seu preço não tiver competitividade em termos de mercado externo.

Tendo em vista a inexistência desse tipo de abordagem em torno do preço de transferências e das condições operacionais, este trabalho representa, através do fornecimento de informações sobre custos e análise do seu impacto no lucro, do volume de produção e vendas, do valor do preço de transferências, relatadas para a empresa de maneira conjunta, um importante avanço em direção ao processo de tomada de decisão, bem como ao aperfeiçoamento do estudo convencional da análise da relação custo-volume-lucro, uma vez que, em ambientes complexos, não basta saber somente o ponto em que a divisão ou a companhia alcança o equilíbrio, mas principalmente o ponto em que o lucro será maximizado. Nesse sentido, esta pesquisa representa uma contribuição importante ao estudo da lucratividade em companhias divisionalizadas, bem como ao sistema de controle gerencial, na medida em que fornecerá informações importantes para auxiliar na avaliação de alternativas, bem como na escolha do curso apropriado da ação.

Todavia há necessidade de novos estudos nesse campo de pesquisa, em especial em empresas multinacionais que operam com preços de transferência em diferentes jurisdições, onde o preço acaba sendo influenciado pelas políticas de tributação de cada país, bem como pelo planejamento de impostos feito pela empresa. Assim, embora tenha atuado com mais ênfase sobre preços de transferência doméstico, este estudo poderá servir como ponto de partida para futuras pesquisas nessa área.

A questão da precificação das transferências é um problema mais complexo, que envolve, possivelmente, o uso de um modelo matemático mais elaborado. Modelos de otimização baseados em Inteligência Artificial, como Algoritmos Genéticos, podem ser utilizados.



## REFERÊNCIAS

COX, J. F.; HOWE, W. G.; BOYD, L. H. Transfer Pricing Effects on Locally Measured Organizations. *Management Accounting*. March/April, 1997.

ANTHONY, R. N.; GOVINDARAJAN, V. *Management Control Systems*. 9<sup>th</sup> Edition. Boston: McGrawHill, 1998.

ATKINSON, A. A. et. al. *Management Accounting*. Prentice Hall, Englewoods Cliffs, NJ, 1995.

BENKE, R. L.; EDWARDS, J. D. *Transfer Pricing: Techniques and Uses*. NY. National Association of Accountants, 1980.

DOMINANDO MERCADOS GLOBAIS: o seu guia para a globalização. São Paulo: Makron Books 2001. *Financial Times*.

DONNELLY, Jr. J.; GIBSON, J. L; IVANEVICH, J. M. *Fundamentals of Management – Functions, Behavior, Models*. Business Publications, Inc. Plano, Texas, 1981.

GARRISON, R. H.; NOREEN, E. W. *Contabilidade Gerencial*. 9<sup>a</sup> ed. LTC Editora, Rio de Janeiro, 2000.

Harvard Business Online. Disponível em: <<http://harvardbusinessonline.hbsp.harvard.edu/>>. Acesso em 28 abr. 2005.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à Pesquisa Operacional*. trad. de Helena L. Lemos. Rio de Janeiro: Editora Campus/São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1988.

HORNGREN, C. T.; FOSTER, G. *Cost Accounting – A Managerial Emphasis*. 6<sup>th</sup> ed. Prentice-hall Internatinal Editions. New Jersey, USA, 1977.

KOONTZ, H.; O'DONNELL, C. *Princípios de Administração: Uma Análise das Funções Administrativas*. 13 ed. São Paulo: Pioneira, 1982.

LEITE, J. C. *Terceirização em Informática: informações ágeis e eficazes através de parcerias sólidas e confiáveis*. São Paulo: Makron Books, 1994.

LINS, L. S; SILVA, R. N. S. *Gestão Empresarial com ênfase em Custos*. São Paulo: Thomson, 2005.

VANCIL, R. *Decentralization: Managerial Ambiguity by Design*. Homewood, IL, Irwin Professional Publishing, 1979.

ZIMMERMAN, J. L. *Accounting for Decision Making and Control*. Chicago, IL: McGraw-Hill, 1997.